9

دروس الثّلاثي الأوّل

في الرّياضيّات

إعداد: الأستاذ مكرم الطّرابلسي

إنتاج: سنة 2021

الأستاذ : مكرم الطّرابلسي / إنتاج 2021

1 قابليّة القسمة على 6، 12 و 15

نشاط: ضع علامة في المكان المناسب:

يقبل القسمة على	2	3	6
1546			
7143			
5214			

قاعدة: يكون عدد صحيح طبيعي قابلا للقسمة على 6 إذا كان قابلا للقسمة على 2 و 3 في نفس الوقت.

تطبيق: حدّد الأعداد القابلة للقسمة على 6:

52704 ، 12556 ، 41928 ، 67352 .

تطبيق 2:

بيّن أنّ الجذاء 231×85174 يقبل القسمة على 6.

ملاحظة: يكون عدد قابلا للقسمة على 4 إذا كان العدد المكوّن من رقمي آحاده و عشراته قابلا للقسمة على 4.

تطبيق: حدّد الأعداد القابلة للقسمة على 4:

24528 ، 94734 ، 3652 ، 782174 .

نشاط: ضع علامة في المكان المناسب:

يقبل القسمة على	4	3	12
6128			
1534			
7416			

قاعدة: يكون عدد قابلا للقسمة على 12 إذا كان قابلا للقسمة على 4 و 3 في نفس الوقت.

تطبيق: حدّد الأعداد القابلة للقسمة على 12:

45312 ، 62938 ، 48756 .

<u>تمرين منزلي:</u> أجب بصواب أو خطأ: (+ ت1 ص7/ ت1 ص8)

- العدد 5555550 يقبل القسمة على 6 و باقي قسمته على 9 هو 3.
- باقي قسمة العدد 162537 على 12 هو 1.
- الجذاء 4317×56120 يقبل القسمة على 12.

2

تطبيق 2:

1) جد a مقدّما جميع الحلول لكي يكون العدد $281a$ قابلا للقسمة على 6.
2) جد a و b مقدّما جميع الحلول لكي يكون العدد $5a2b$ قابلا للقسمة على 6.
3) جد a و b مقدّما جميع الحلول لكي يكون العدد $7a1b$ قابلا للقسمة على 12.

نشاط: ضع علامة في المكان المناسب:

يقبل القسمة على	5	3	15
4512			
2135			
6120			

قاعدة: يكون عدد قابلا للقسمة على 15 إذا كان قابلا للقسمة على 5 و 3 في نفس الوقت.

تطبيق:

1) حدّد الأعداد القابلة للقسمة على15:

723570 ، 663180 ، 972365 .

2) بيّن أنّ الجذاء 297×162845 يقبل القسمة على 15.
3) جد a و b مقدّما جميع الحلول لكي يكون العدد $6a4b$ قابلا للقسمة على 15.

<u>تمرين منزلي:</u> (+ <u>ت3 ص9</u>)

1) جد a و b مقدّما جميع الحلول لكي يكون العدد $34ab$ قابلا للقسمة على 6.
2) جد a و b مقدّما جميع الحلول لكي يكون العدد $5ab4$ قابلا للقسمة على 12.

3

نشاط: بيّن أنّ العبارات التّالية تقبل القسمة على 15:

20×3^{17} ، $7^{19} \times 11 + 7^{19} \times 4$ ، $5^{37} + 5^{36}$ ◂ $5^{49} - 5^{47}$

◂ $27^{14} + 9^{20}$ ☝ يظهر التّلميذ قاعدة مشتركة للقوّتين ثمّ يكمل بقيّة العمل

◂ $5^{62} + 5^{62} + 5^{62}$.

تطبيق: بيّن أنّ العبارات التّالية قابلة للقسمة على 15:

$$6^{82}-6^{81} \quad ، \quad 3^{59}\times 6+3^{57}\times 2 \quad ، \quad 8^{13}+7\times 4^{18} \quad .$$

تمرين منزلي: أجب بصواب أو خطأ:

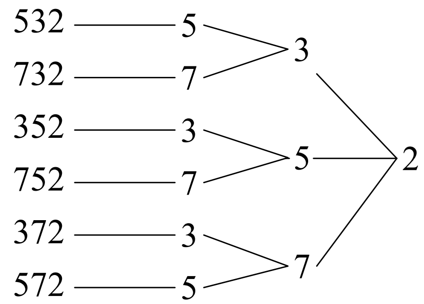
- $3^{207}+3^{206}$ تقبل القسمة على 6.
- $100^{17}-2\times 10^{33}$ تقبل القسمة على 12.
- $4^{65}+4^{65}+4^{65}$ تقبل القسمة على 12.

2 أنشطة في التّعداد

نشاط:

1) جد E مجموعة الأعداد المتكوّنة من 3 أرقام مختلفة ضمن الأرقام: 2، 3، 5 و 7.
2) استنتج كمّ E.

✐



✐ يتعلم التلميذ طريقة إنجاز شجرة الحلول بإنجاز شجرة الرّقم 2، ثمّ يكمل بقيّة الشّجرات.
◂ يحدّد التّلميذ عدد الأعداد بطريقة الضّرب ثمّ يتعرّف على طريقة ضرب عدد الإختيارات.

✐ طريقة 2:

توجد 4 أرقام آحاد ممكنة،

و لكلّ رقم آحاد توجد 3 حلول في رقم العشرات،

و لكلّ رقم عشرات توجد حلّين فقط في رقم المئات.

إذن عدد الأعداد هو: $4\times 3\times 2=24$.

الأستاذ : مكرم الطّرابلسي / إنتاج 2021

تطبيق:

1) جد عدد الأعداد الزّوجيّة المتكوّنة من 3 أرقام مختلفة ضمن الأرقام: 1، 2، 5، 6 و 8.
2) جد عدد الأعداد الصّحيحة الطّبيعيّة الزّوجيّة المتكوّنة من 3 أرقام مختلفة ضمن الأرقام: 2، 3، 4، 6 و 7.
3) جد عدد الأعداد الصّحيحة الطّبيعيّة القابلة للقسمة على 12 المتكوّنة من 3 أرقام مختلفة ضمن الأرقام: 1، 2، 5، 6 و8.

تمرين منزلي: (+ ت11 ص16)

1) جد عدد الأعداد الصّحيحة الطّبيعيّة المتكوّنة من 3 أرقام مختلفة ضمن الأرقام: 0، 3، 4، 6 و 7.
2) جد عدد الأعداد الزّوجيّة المتكوّنة من رقمين مختلفين.

1 مجموعة الأعداد الكسريّة

الأستاذ : مكرم الطّرابلسي / إنتاج 2021

تقديم:

المجموعة $\mathbb{N}$: هي مجموعة الأعداد الصّحيحة الطّبيعيّة.

المجموعة $\mathbb{Z}$: هي مجموعة الأعداد الصّحيحة النّسبيّة.

المجموعة $\mathbb{D}$: هي مجموعة الأعداد العشريّة.

المجموعة $\mathbb{Q}$: هي مجموعة الأعداد الكسريّة.

ملاحظة: $N \subset Z \subset D \subset Q$.

تطبيق:

$$A = \left\{ \frac{4}{7}, 0, -\frac{13}{5}, -8, 6, -\frac{15}{3}, \frac{21}{14} \right\}$$

جد المجموعة التّالية: $A \cap N$ ، $A \cap Z$ ، $A \cap D$ و $A \cap Q$.

تطبيق 2: أكمل بـ $\in$ أو $\notin$:

$\frac{5183724}{6} \ ... \ N$ ، $\frac{3941726}{12} \ ... \ N$ ، $\frac{4^{153}+4^{152}}{5} \ ... \ N$.

نشاط:

جد كتابة بـ 8 أرقام بعد الفاصلة للعدد الكسري $\frac{15}{7}$.

- يلاحظ التّلميذ تكرار سلسلة البواقي في عمليّة القسمة، و يتعرّف على دور الكتابة العشريّة.

✎ نلاحظ أنّ للعدد الكسري $\frac{15}{7}$ كتابة عشريّة دوريّة: $\frac{15}{7} = 1,\underline{285714}$، و دورها هو 285714.

✎ العدد 3,6 هو عدد كسري: $3,6 = 3,6\underline{0}$ ، العدد 5 هو عدد كسري: $5 = 5,\underline{0}$.

خاصيّة: كلّ عدد كسري له كتابة عشريّة دوريّة.

أمثلة: $2,616161... \in Q$ ، $3,4591... \notin Q$.

ملاحظة: كلّ عدد عشري له كتابة متناهية بعد الفاصلة.

تطبيق: قدّم الكتابة العشريّة الدّوريّة للأعداد الكسريّة التّالية:

$\frac{13}{11}$ ، $\frac{15}{9}$ ، $\frac{23}{6}$.

<u>تمرين منزلي:</u>

1) أكمل بـ $\in$ أو $\notin$:

$D \;\ldots\; \dfrac{501}{75}$ ، $N \;\ldots\; \dfrac{8467110}{15}$ ، $N \;\ldots\; \dfrac{3^{52}+2\times 3^{51}}{15}$.

2) جد الكتابة العشريّة الدّوريّة للعدد $\dfrac{49}{63}$.

2

تطبيق 2:

1) رتّب تصاعديًا: $1,\underline{265}$ ، $1,2\underline{65}$ ، $1,26\underline{5}$ و $1,265$.

- 2) أ- $a = 0,\underline{74128}$ ، حدّد الرّقم الذّي رتبته 1207 بعد الفاصلة.
- ب- $b = 0,7\underline{4128}$ ، حدّد الرّقم الذّي رتبته 164 بعد الفاصلة.

2 الجذور التّربيعيّة

نشاط: جد الأعداد التّالية:

$\sqrt{81}$ ، $\sqrt{\dfrac{25}{49}}$ ، $\sqrt{0,16}$.

✎ $\sqrt{81} = 9$ لأنّ $9^2 = 81$.

✎ العدد -4 ليس له جذر تربيعي.

قاعدة: إذا كان a عدد كسري موجب فإنّ الجذر التّربيعي لـ a هو العدد الموجب b الذّي يحقّق $b^2 = a$.

ملاحظة: الجذور التّربيعيّة الصّحيحة من 0 إلى 100:

$\sqrt{0}$	$\sqrt{1}$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{9}$	$\sqrt{16}$	$\sqrt{25}$	$\sqrt{36}$	$\sqrt{49}$	$\sqrt{64}$	$\sqrt{81}$	$\sqrt{100}$
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

نشاط:

- يبحث التّلميذ عن قيمة تقريبيّة برقم بعد الفاصلة للعدد $\sqrt{2}$.
- ثمّ يبحث عن عن قيمة تقريبيّة برقم بعد الفاصلة للعدد $\sqrt{3}$.

تطبيق:

جد قيمة تقريبيّة برقم بعد الفاصلة للعدد $\sqrt{21}$.

تمرين منزلي: (+ ت14 ص30)

1) جد الكتابة الدّوريّة للعدد $\frac{8}{11}$.

2) استنتج ترتيبا تصاعديّا للأعداد: $\frac{8}{11}$ ، $0,7\underline{2}$ ، $0,\underline{7}$ و $\frac{72}{100}$.

— **3** —

---

3 الأعداد الحقيقيّة

نشاط:

✎ $\sqrt{2} = 1,4142135623..$ (الكتاب المدرسي ص22)

العدد $\sqrt{2}$ ليس له كتابة دوريّة إذن $\sqrt{2}$ ليس عدد كسري

نسمّي العدد $\sqrt{2}$ عدد أصمّ.

✎ $\pi = 3,1415926358..$ (الكتاب المدرسي ص24)

العدد π ليس له كتابة دوريّة إذن π هو عدد أصمّ.

تعريف: كلّ عدد له كتابة غير متناهية و غير دوريّة هو عدد أصمّ.

أمثلة: $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{5}$ ، $\sqrt{6}$ ، $\sqrt{7}$ ، $\sqrt{8}$ ، $\sqrt{10}$ ... هي أعداد صمّاء.

ملاحظة:

- كلّ عدد كسري ليس عدد أصمّ.
- نسمّي مجموعة الأعداد الصمّاء: المجموعة I.

تطبيق:

1) حدّد الجذور التّربيعيّة التّي تنتمي إلى المجموعة I:

$\sqrt{49}$ ، $\sqrt{0,49}$ ، $\sqrt{4,9}$ ، $\sqrt{\frac{49}{25}}$ ، $\sqrt{\frac{49}{5}}$ ، $\sqrt{(-7)^2}$.

2) حدّد الكتابات العشريّة التّي تنتمي إلى المجموعة I:

$1,627594$ ، $1,\underline{627594}$ ، $1,627594631...$.

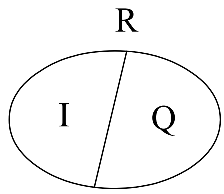
تطبيق 2: أكمل بـ $\subset$ أو $\not\subset$:

$D \quad ... \quad \left\{ \frac{\sqrt{36}}{2}, \sqrt{(-4,2)^2}, -1,666 \right\}$

$D \quad ... \quad \left\{ \frac{11}{4}, \frac{\sqrt{7}}{5} \right\}$

$Q \quad ... \quad \left\{ \frac{\pi}{3}; 0,\underline{841} \right\}$

ملاحظة: تكوّن مجموعة الأعداد الكسريّة Q و مجموعة الأعداد الصمّاء I مجموعة الأعداد الحقيقيّة R .



$I \cup Q = R$ ، $I \cap Q = O$

تطبيق: جد المجموعات التّالية:

$R \cap Q$ ، $R \cap I$ ، $R \cup Q$ و $R \cup I$.

تمرين منزلي:

$$A = \left\{ 2,\underline{615}\,; \frac{\sqrt{13}}{2}, \pi , \sqrt{0,64}, \sqrt{\frac{16}{9}}\ , 0 , \sqrt{(-1,7)^2} \right\}$$

جد: $A \cap D$ ، $A \cap Q$ و $A \cap I$.

الأستاذ : مكرم الطّرابلسي / إنتاج 2021

1 الجمع و الطّرح في $\mathbb{R}$

نشاط: احسب:

- $\sqrt{2}+0=\sqrt{2}$: الصّفر هو عنصر محايد في الجمع في $\mathbb{R}$.
- $7+\sqrt{2}+4=(7+4)+\sqrt{2}=11+\sqrt{2}$: الجمع هو عمليّة تبديليّة و تجميعيّة في $\mathbb{R}$.

خاصيّات في الجمع في $\mathbb{R}$:

- إذا كان a عدد حقيقي فإنّ: $a+0=a$.
- إذا كانت a ، b و c أعداد حقيقيّة فإنّ: $a+b+c=(a+b)+c$

$$=(a+c)+b$$
$$=(b+c)+a$$

ملاحظة: إذا كان a و b عددان حقيقيّان فإنّ:

- a و b عددان متقابلان يعني $a+b=0$.
- $a=b$ يعني $a-b=0$.

تطبيق: جد x في كلّ حالة:

$$x+\sqrt{5}=0$$
$$x-\sqrt{3}=0$$

نشاط: احسب:

$-2-\dfrac{4}{3}$ ، $1+\left(-\dfrac{9}{7}\right)$ ، $\dfrac{4}{5}-(-2)$.

ملاحظة: إذا كان a و b عددان حقيقيّان فإنّ: $a+(-b)=a-b$ و $a-(-b)=a+b$.

تطبيق:

$E=\dfrac{2}{3}-\sqrt{5}-a+b$.

جد E في الحالتين:

* $a=-\sqrt{5}$ و $b=-1$. * $b-a=2+\sqrt{5}$.

1) جد a إذا علمت أنّ $E=0$.

تمرين منزلي:

$$E=\sqrt{5}-a-\frac{1}{3}+b-2$$

1) اختصر E.

2) جد E إذا علمت أنّ $b-a=\frac{7}{3}-\sqrt{5}$.

3) جد $b-a$ إذا علمت أنّ $E=0$.

ملاحظة: إذا كانت a ، b و c أعداد حقيقيّة فإنّ:

$a+(b+c)=a+b+c$ | $a-(b+c)=a-b-c$

$a+(b-c)=a+b-c$ | $a-(b-c)=a-b+c$

تطبيق: اختصر العبارات التّالية:

$$A=5-\left(1-\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)+\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}-8\right)$$

$$B=2-\left(\frac{4}{3}-\sqrt{2}\right)-\left(\sqrt{2}+1\right)$$

$$C=\frac{4}{7}+\left(-\sqrt{5}-3\right)-\left(-1+\sqrt{5}\right)$$

$$D=5-\left[\sqrt{2}-\left(\frac{1}{4}+\sqrt{7}\right)\right]-\left(\sqrt{7}-2\right)$$

$$A=5-\left(1-\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)+\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}-8\right)$$

$$B=1-\left(\frac{4}{3}-\sqrt{2}\right)-\left(\sqrt{2}+\frac{2}{3}\right)$$

ملاحظة: لإختصار عبارة بها أقواس و معقّفات نقوم بحذف الأقواس ثمّ المعقّفات ثمّ نختصر.

تطبيق:

$$E=-\left(-\frac{7}{5}+a-\sqrt{3}\right)+\left(-\frac{2}{5}-b\right)$$

1) اختصر E.

2) جد E في كلّ حالة: * $a=2+\sqrt{3}$ و $b=4$. * $a+b=\sqrt{3}-5$.

نشاط:

اختصر $(a+b)+(-a-b)$ و $(a-b)+(b-a)$.

ملاحظة: إذا كان a و b عددان حقيقيّان فإنّ: مقابل $a+b$ هو $-a-b$

و مقابل $a-b$ هو $b-a$.

تطبيق:

$$A=\pi-\left[-\sqrt{5}-\left(\pi-\frac{4}{3}\right)\right]+\left(-\pi-\sqrt{5}+\frac{1}{3}\right)$$

1) بيّن أنّ $A=\pi-1$.

2) جد x إذا علمت أنّ A و x متقابلان.

تمرين:

$$E=3-\left(-\frac{2}{7}+a\right)-\left[\frac{9}{7}-\left(b-\sqrt{3}\right)\right]$$

1) بيّن أنّ $E=2-\sqrt{3}-a+b$.

2) جد E إذا علمت أنّ $a-b=-1-\sqrt{3}$.

3) جد a إذا علمت أنّ E و $b-1$ متقابلان.

2 الضّرب في $\mathbb{R}$

نشاط:

- $\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2}=4\sqrt{2}$.
- $-\sqrt{2}-\sqrt{2}-\sqrt{2}-\sqrt{2}=-4\sqrt{2}$.

تعريف: الضّرب في $\mathbb{R}$ هو إختصار لمجموع متكوّن من نفس العدد.

نشاط:

- $\sqrt{2}\times 1=\sqrt{2}$: العدد 1 هو عنصر محايد في الضّرب في $\mathbb{R}$.
- $\sqrt{2}\times -1=-\sqrt{2}$: العدد -1 ليس عنصر محايد في الضّرب في $\mathbb{R}$.
- $\sqrt{2}\times 0=0$: العدد 0 هو عنصر ماصّ في الضّرب في $\mathbb{R}$.
- $3\times\sqrt{2}\times 4=3\times 4\times\sqrt{2}=12\sqrt{2}$: الضّرب في $\mathbb{R}$ هو عمليّة تبديليّة و تجميعيّة.

ملاحظات:

- إذا كان a عدد حقيقي فإنّ $a\times 1=a$ و $a\times 0=0$.
- إذا كانت a ، b و c أعداد حقيقيّة فإنّ: $a\times b\times c=(a\times b)\times c$

$$=(a\times c)\times b$$
$$=(b\times c)\times a$$

تطبيق: اختصر الجذائين:

$2\sqrt{5}\times 3$ ، $\left(-4\sqrt{3}\right)\times 5$.

نشاط:

✎ $2 = ... \times ...$: العدد النّاقص يمثّل الجذر التّربيعي للعدد 2

نستنتج أنّ $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$.

✎ $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$ ، $\sqrt{5} \times \sqrt{5} = 5$.

قاعدة: إذا كان a عدد حقيقي موجب فإنّ: $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$.

تطبيق: احسب الجذائين:

$2\sqrt{3} \times \sqrt{3}$ ، $\left(-4\sqrt{7}\right) \times \sqrt{7}$.

نشاط: انشر ثمّ اختصر:

$2(a+3)$ ، $5(a-1)$.

خاصيّة: الضّرب في $\mathbb{R}$ هو عمليّة توزيعيّة على الجمع و الطّرح.

- إذا كانت a ، b و c أعداد حقيقيّة فإنّ: $a \times (b+c) = a \times b + a \times c$
  $a \times (b-c) = a \times b - a \times c$
- إذا كانت a ، b ، c و d أعداد حقيقيّة فإنّ: $(a+b)(c+d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$.

تطبيق:

1) انشر ثمّ اختصر:

$\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+5\right)$ ◄ $\sqrt{3}\left(\sqrt{3}-2\right)$ ، $\left(\sqrt{2}+4\right)\left(\sqrt{2}+1\right)$ ◄ $\left(\sqrt{5}-2\right)\left(\sqrt{5}-4\right)$.

◄2) $a = 4\sqrt{3}\left(\sqrt{3}+2\right) - 2\left(5\sqrt{3}+1\right)$ ، بيّن أنّ $a = 10 - 2\sqrt{3}$.

◄3) $a = 2\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+5\right) - \left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}+3\right)$ ،
بيّن أنّ $a = 5 + 8\sqrt{2}$.

<u>تمرين منزلي:</u> <u>ت10 ص46:</u> A و C

تطبيق 2:

بيّن أنّ $\dfrac{6-\sqrt{3}}{2+7\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}$.

نشاط: احسب الجذاءات التّالية:

$\dfrac{7}{5} \times \dfrac{3}{11}$ ، $\dfrac{4}{15} \times \dfrac{35}{6}$ ◄ $\left(-\dfrac{8}{21}\right) \times \dfrac{35}{12}$ ◄ $\left(-\dfrac{5}{49}\right) \times (-14)$.

ملاحظات:

– إذا كانت a، b، c و d أعداد حقيقيّة فإنّ: $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$.

– قبل حساب جذاء عددين حقيقيّن في صيغة كسريّة نتثبّت من أنّ الكتابة الكسريّة مختزلة إلى أقصى حدّ.

تطبيق:

1) احسب الجذاءات التّالية:

$\frac{2\sqrt{3}}{7}\times\frac{\sqrt{3}}{5}$ ، $\left(-\frac{\sqrt{5}}{9}\right)\times\frac{6}{\sqrt{5}}$ ، $\left(-\frac{4\sqrt{2}}{15}\right)\times\left(-\frac{5}{\sqrt{2}}\right)$.

2) $a=4\sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+1\right)+\frac{\sqrt{3}}{2}\left(6-\sqrt{3}\right)$ ،

بيّن أنّ $a=7\sqrt{3}+\frac{9}{2}$.

تطبيق 2:

$a=\frac{\sqrt{5}+1}{2}+\frac{\sqrt{5}-2}{3}$ ، بيّن أنّ $a=\frac{5\sqrt{5}-1}{6}$.

<u>تمرين منزلي:</u> (+ <u>ت17 ص47:</u> a)

$$a=\left(3+\frac{\sqrt{3}}{5}\right)\left(5-\frac{10}{\sqrt{3}}\right)-2\sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-1\right)$$

بيّن أنّ $a=10-7\sqrt{3}$.

نشاط:

فكّك إلى جذاء عوامل: $8a+6$.

قاعدة: إذا كانت a، b و c أعداد حقيقيّة فإنّ: $a\times b+a\times c=a\times(b+c)$

$a\times b-a\times c=a\times(b-c)$

تطبيق:

1) فكّك إلى جذاء عوامل:

$2\sqrt{5}+6$ ◄ $5\sqrt{3}-15$

- $\left(\sqrt{5}+1\right)\left(3\sqrt{2}-7\right)+\left(\sqrt{5}+1\right)\left(2\sqrt{2}-1\right)$
$\left(\sqrt{7}+2\right)\left(4\sqrt{3}-6\right)-\left(\sqrt{7}+2\right)\left(\sqrt{3}+4\right)$

- (2 $a=\left(4-\sqrt{2}\right)\left(6+4\sqrt{5}\right)+\left(\sqrt{2}-4\right)\left(1+2\sqrt{5}\right)$.
بيّن أنّ $a=\left(4-\sqrt{2}\right)\left(5+2\sqrt{5}\right)$.

$\boxed{4-\sqrt{2}=-\left(\sqrt{2}-4\right)}$

تطبيق 2:

اختزل: $\dfrac{6\sqrt{5}+4}{2}$ ◄ $\dfrac{2\sqrt{3}+3}{\sqrt{3}}$.

<u>تمرين منزلي:</u>

$a=2\sqrt{5}\left(\sqrt{5}-3\right)-\left(\sqrt{5}-2\right)\left(\sqrt{5}-1\right)$

1) أ- بيّن أنّ $a=3-3\sqrt{5}$.

ب-فكّك إلى جذاء عوامل a .

2) $b=\left(1-\sqrt{5}\right)\left(4\sqrt{2}+1\right)+A\left(\sqrt{2}-2\right)$ ،

بيّن أنّ $b=\left(1-\sqrt{5}\right)\left(7\sqrt{2}-5\right)$.

3 القسمة في $\mathbb{R}$

نشاط:

✐ مقلوب $\dfrac{5}{3}$ هو $\dfrac{3}{5}$

و مقلوب 7 هو $\dfrac{1}{7}$.

تعريف: إذا كان a و b عددان حقيقيّان فإنّ: مقلوب a هو $\dfrac{1}{a}$ و مقلوب $\dfrac{a}{b}$ هو $\dfrac{b}{a}$.

نشاط:

1) جد مقلوب $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

2) احسب جذاء العددين.

خاصيّة: إذا كان a و b عددان حقيقيّان فإنّ: a و b مقلوبان يعني $a\times b=1$.

تطبيق: جد x في الحالات التّالية:

$\dfrac{\sqrt{7}}{4}x=1$ ، $-\dfrac{9}{\sqrt{5}}x=1$ ، $-\sqrt{2}x=1$.

ملاحظة: إذا كان a و b عددان حقيقيّان فإنّ: a و b مقلوبان يعني $b=\frac{1}{a}$ و $a=\frac{1}{b}$.

تطبيق:

1) بيّن أنّ $2+\sqrt{3}$ و $2-\sqrt{3}$ مقلوبان.

2) استنتج $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ و $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$.

تطبيق 2:

$a=3+2\sqrt{2}$

$b=3-2\sqrt{2}$

1) بيّن أنّ a و b مقلوبان. استنتج.

2) اختصر العبارتين التّاليتين: $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$ ؛ $\frac{\sqrt{2}}{a}$.

3) فكّك إلى جذاء عوامل $\left(1-\sqrt{2}\right)\frac{1}{3-2\sqrt{2}}+\left(3+2\sqrt{2}\right)\left(4\sqrt{2}+1\right)$.

<u>تمرين منزلي:</u>

$a=5+2\sqrt{6}$

$b=5-2\sqrt{6}$

1) بيّن أنّ a و b مقلوبان.

2) استنتج العبارات التّالية: $2-\frac{1}{a}$ ، $5\sqrt{6}-\frac{1}{b}$ و $\frac{1}{5+2\sqrt{6}}-\frac{1}{5-2\sqrt{6}}$.

نشاط:

1)

البسط

$$\frac{3}{5}=3\times\left(\frac{1}{5}\right)$$

المقام

البسط

مقلوب المقام

☟ يحدّد التّلميذ البسط و المقام،
يكتب العدد الكسري في صيغة جذاء
ثمّ يستنتج ماهيّة العاملين.

2)

البسط

$$\frac{\left(\frac{2}{7}\right)}{\left(\frac{3}{4}\right)}=\frac{2}{7}\times\frac{4}{3}.$$

المقام

☟ يحدّد التّلميذ البسط و المقام
ثمّ يكتب العدد الكسري في صيغة جذاء.

قاعدة: إذا كانت a ، b ، c و d أعداد حقيقيّة مخالفة للصّفر فإنّ:

$$\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b} \quad ، \quad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}.$$

تطبيق: احسب العمليّات التّالية:

$$\frac{\frac{\sqrt{5}}{7}}{\frac{2}{\sqrt{5}}} \quad ، \quad \frac{-\frac{2\sqrt{3}}{5}}{\frac{4}{\sqrt{3}}} \quad ، \quad \frac{\frac{5\sqrt{2}}{7}}{\frac{\sqrt{2}}{3}}.$$

تطبيق:

1) بيّن أنّ $\sqrt{15}+4$ و $\sqrt{15}-4$ مقلوبان.

2) استنتج $\frac{2}{4+\sqrt{15}}$.

تطبيق 2:

$a = \sqrt{10} + 3$

$b = \sqrt{10} - 3$

1) بيّن أنّ a و b مقلوبان.

2) استنتج العبارات التّالية: $\frac{2}{a}$ ، $-\frac{3}{b}$ ، $\frac{a}{b}$.

<u>تمرين منزلي:</u>

1) احسب $(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)$.

2) استنتج: $\frac{\frac{\sqrt{5}+1}{5}}{\frac{3}{\sqrt{5}-1}}$ و $\frac{4}{\sqrt{5}+1}$.

4 القيمة المطلقة لعدد حقيقي

تعريف: القيمة المطلقة لعدد حقيقي هي القيمة الموجبة لذلك العدد.

أمثلة: $|\sqrt{5}| = \sqrt{5}$ ، $|-\sqrt{3}| = \sqrt{3}$ ، $|1+\sqrt{5}| = 1+\sqrt{5}$ ، $|-2-\sqrt{3}| = 2+\sqrt{3}$.

مقابل $-2-\sqrt{3}$

قاعدة: إذا كان a عدد حقيقي فإنّ: $|a| = a$ إذا كان a عدد حقيقي موجب.

$|a| = -a$ إذا كان a عدد حقيقي سالب.

تطبيق: جد القيم التّالية:

- $|3-\sqrt{2}| = 3-\sqrt{2}$ لأنّ $\sqrt{2} \approx 1,4$ إذن $3-\sqrt{2} > 0$.
- $|1-\sqrt{2}| = \sqrt{2}-1$ لأنّ $1-\sqrt{2} < 0$ و مقابل $1-\sqrt{2}$ هو $\sqrt{2}-1$.
- $|\sqrt{2}-5|$ ، $|4-\sqrt{2}|$
- $|3-\sqrt{7}| = 3-\sqrt{7}$ لأنّ $\sqrt{9} = 3$ إذن $\sqrt{9}-\sqrt{7} > 0$ نستنتج أنّ $3-\sqrt{7} > 0$.

نشاط: قارن في كلّ حالة:

* $|3|\times|-2|$ .... $|3\times -2|$. * $\dfrac{|20|}{|-5|}$ .... $\left|\dfrac{20}{-5}\right|$.

قاعدة: إذا كان a و b عددان حقيقيّان فإنّ: $|a \times b| = |a| \times |b|$ و $\left|\dfrac{a}{b}\right| = \dfrac{|a|}{|b|}$ بحيث $b \neq 0$.

تطبيق:

1) احسب العبارات التّالية:

$|-5(\sqrt{2}-2)|$ ◄ $|(\sqrt{2}-4)(2-\sqrt{2})|$.

◄2) اختزل: $\dfrac{|(\sqrt{3}-2)(1-\sqrt{3})|}{2-\sqrt{3}}$.

قاعدة: إذا كان a عدد حقيقي فإنّ: $|x| = a$ يعني $x = a$ أو $x = -a$.

مثال: $|x| = \sqrt{5}$ يعني $x = \sqrt{5}$ أو $x = -\sqrt{5}$.

تطبيق: جد x في كلّ حالة:

$|x| = 2+\sqrt{3}$ ، $|x| = 5-\sqrt{2}$.

<u>تمرين:</u>

$a = |-4-\sqrt{3}| - 2|1-\sqrt{3}|$

1) بيّن أنّ $a = 6-\sqrt{3}$.

2) اختزل: $\dfrac{|-5(\sqrt{3}-6)|}{a}$.

3) جد x إذا علمت أنّ $a=|x|$.

5 الجذر التّربيعي في $\mathbb{R}$

نشاط:

a و b عددان حقيقيّان موجبان.

$$\left(\sqrt{a}\times\sqrt{b}\right)\times\left(\sqrt{a}\times\sqrt{b}\right)=\left(\sqrt{a}\times\sqrt{a}\right)\times\left(\sqrt{b}\times\sqrt{b}\right)=a\times b$$

$$\sqrt{a\times b}\times\sqrt{a\times b}=a\times b$$

قاعدة: إذا كان a و b عددان حقيقيّان موجبان فإنّ: $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$.

مثال: $\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{6}$.

تطبيق:

1) اختصر الجذائين:

$2\sqrt{5}\times3\sqrt{2}$ ، $\left(-4\sqrt{7}\right)\times2\sqrt{3}$.

2) انشر ثمّ اختصر: $2\sqrt{5}\left(\sqrt{3}+\dfrac{\sqrt{7}}{2}\right)$.

3) أ- فكّك إلى جذاء عوامل: $\sqrt{35}+\sqrt{14}$.

ب- اختزل: $\dfrac{\sqrt{35}+\sqrt{14}}{\sqrt{7}}$.

نشاط: اختصر العبارات التّالية:

$$\sqrt{25\times16}=\sqrt{25}\times\sqrt{16}=5\times4=20$$

- $\sqrt{12}=\sqrt{4}\times\sqrt{3}=2\sqrt{3}$
- $\sqrt{18}$ ، $\sqrt{27}$.

تطبيق:

1) اختصر: $\sqrt{28}$ و $\sqrt{63}$.

2) استنتج: $\sqrt{28}+\sqrt{63}$ ، $2\sqrt{28}-\sqrt{63}$ ؛ $\dfrac{\sqrt{28}\times\sqrt{63}}{7}$.

تطبيق 2:

1) أنجز التّفكيك العمودي للعدد 108 إلى جذاء عوامل أوّليّة.

2) اختصر $\sqrt{108}$.

$$\sqrt{108}=\sqrt{4}\times\sqrt{9}\times\sqrt{3}=2\times3\times\sqrt{3}=6\sqrt{3}$$

تمرين منزلي:

$$a=\sqrt{45}+\sqrt{6}-\sqrt{20}$$

$$b=\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\right)$$

1) بيّن أنّ $a=\sqrt{6}+\sqrt{5}$ و $b=\sqrt{6}-\sqrt{5}$.

2) أ- بيّن أنّ a و b مقلوبان.

ب- استنتج $\frac{\sqrt{6}}{b}-\frac{\sqrt{5}}{a}$ و $\frac{b}{3}-\frac{a}{2}$.

نشاط:

a عدد حقيقي موجب، و b عدد حقيقي موجب قطعا.

✎ $\sqrt{\frac{a}{b}}\times\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{a}{b}$ و $\frac{a}{b}=\frac{\sqrt{a}\times\sqrt{a}}{\sqrt{b}\times\sqrt{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\times\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

قاعدة: إذا كان a عدد حقيقي موجب و b عدد حقيقي موجب قطعا فإنّ $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

تطبيق:

1) اختصر الجذور التّالية:

$\sqrt{\frac{16}{49}}$ ، $\sqrt{\frac{18}{25}}$ $\boxed{✎\ \sqrt{\frac{8}{25}}=\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{25}}=\frac{\sqrt{4}\times\sqrt{2}}{5}=\frac{2}{5}\sqrt{2}}$ ◂ $\sqrt{\frac{45}{16}}$.

◂2) انشر ثمّ اختصر:

$\sqrt{\frac{5}{7}}\left(\sqrt{7}+\sqrt{35}\right)$.

نشاط:

✎ $\sqrt{5^2}=\sqrt{25}=5$ ، $\sqrt{(-5)^2}=\sqrt{25}=5$.

القيمة المطلقة للعدد -5

◂ $\sqrt{(-7)^2}=|-7|=7$.

قاعدة: إذا كان a عدد حقيقي فإنّ $\sqrt{a^2}=|a|$.

تطبيق:

1) جد العبارتين:

$\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}$ ؛ $\sqrt{\left(3-\sqrt{2}\right)^2}$.

2) جد x في كلّ حالة:

$\sqrt{x^2}=4$ ؛ $\sqrt{x^2}=5-\sqrt{2}$.

نشاط:

a و b عددان حقيقيّان موجبان.

$\sqrt{a}=\sqrt{b}$ يعني $\sqrt{a}\times\sqrt{a}=\sqrt{b}\times\sqrt{b}$ يعني $a=b$.

قاعدة: إذا كان a و b عددان حقيقيّان موجبان فإنّ $a=b$ يعني $\sqrt{a}=\sqrt{b}$.

تطبيق:

جد x إذا علمت أنّ $x^2=8$.

<u>تمرين منزلي:</u> جد x في كلّ حالة: (+ <u>ت 18 ص47</u>)

$\sqrt{x^2}=\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}$ ، $(x-4)^2=7$.

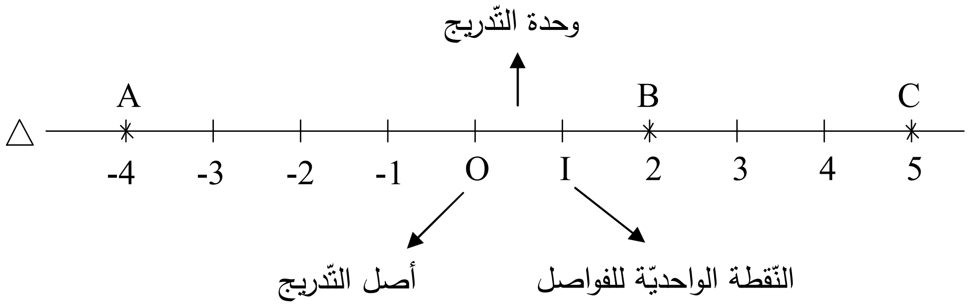
الدّرس 1: التّعيين في المستوي

1 —

الأستاذ : مكرم الطّرابلسي / إنتاج 2021

1 المستقيم المدرّج

تقديم:



نسمّي Δ مستقيم مدرّج بالمعيّن (O,I).

✐ $A(-4)$ إذن $OA=|x_A|=|-4|=4cm$

◂ $B(2)$ و $C(5)$ إذن $BC=|x_C-x_B|=|5-2|=|3|=3cm$

قاعدة: Δ مستقيم مدرّج بالمعيّن (O,I) بحيث $OI=1$،
إذا كانت $A(x_A)$ و $B(x_B)$ نقطتان من Δ
فإنّ: $AB=|x_B-x_A|$ و $OA=|x_A|$.

تطبيق:

Δ مستقيم مدرّج بالمعيّن (O,I) بحيث $OI=1cm$.

1) أ- عيّن على Δ النّقاط: $A(3)$ ، $B(-2)$ و $C(-6)$.

ب- جد AB و BC.

◂ 2) أ- عيّن النّقطتين: $D\left(\frac{7}{2}\right)$ و $E\left(\frac{11}{5}\right)$.

ب- جد ED.

<u>تمرين منزلي:</u>

Δ مستقيم مدرّج بالمعيّن (O,I) بحيث $OI=1cm$.

1) عيّن النّقاط: $A(-5)$ ، $B(2)$، $C\left(-\frac{13}{5}\right)$ و $D\left(-\frac{11}{2}\right)$.

2) جد AB، BC و CD.

نشاط: جد

* $|x| = 5$ يعني $x = 5$ أو $x = -5$.

◄ $|x+4| = 1$ يعني $x+4 = 1$ أو $x+4 = -1$

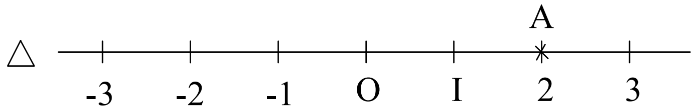
$x = 1-4 = -3$ | $x = -1-4 = -5$

ملاحظة: إذا كان a عدد كسري موجب فإنّ $|x| = a$ يعني $x = a$ أو $x = -a$.

تطبيق: جد x :

$|x+3| = 7$ ◄ $|x-5| = 2$.

نشاط:



جد x_M فاصلة M من Δ بحيث $AM = 7\,cm$. قدّم جميع الحلول.

✎ $AM = 7cm$ يعني $|x_M - x_A| = 7$ يعني $|x_M - 2| = 7$

يعني $x_M - 2 = 7$ أو $x_M - 2 = -7$

$x_M = 7+2 = 9$ | $x_M = -7+2 = -5$

تطبيق:

Δ مستقيم مدرّج بالمعيّن (O, I) بحيث $OI = 1cm$ ،

$A(-3)$.

جد x_M فاصلة M من $[OI)$ بحيث $AM = 5\,cm$.

نشاط:

Δ مستقيم مدرّج بالمعيّن (O, I) ،

$A(3)$ و $B(5)$.

قدّم فاصلة C منتصف $[AB]$.

✎ نلاحظ أنّ $\frac{3+5}{2} = 4$: يمثّل العدد 4 الموسّط العددي للعددين 3 و 5.

قاعدة: Δ مستقيم مدرّج بالمعيّن (O, I) ،

إذا كانت $A(x_A)$ و $B(x_B)$ من Δ فإنّ M منتصف $[AB]$ يعني $x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$.

تطبيق:

Δ مستقيم مدرّج بالمعيّن (O,I)،

$A(-1)$ و $B(-5)$.

1) جد x_C فاصلة C منتصف $[AB]$.

2) $D(3)$، بيّن أنّ A منتصف $[BD]$.

<u>تمرين منزلي:</u>

3 —

نشاط:

$\frac{x}{3}=5$ يعني $x=5\times3=15$.

$\frac{x+1}{5}=2$ يعني $x+1=5\times2$ يعني $x+1=10$ يعني $x=10-1$.

ملاحظات:

- إذا كانت a، b، c و d أعداد كسريّة فإنّ $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ يعني $ad=bc$.
- إذا كانت a، b و c أعداد كسريّة فإنّ $\frac{a}{b}=c$ يعني $a=bc$.

تطبيق:

جد x: $\frac{x-3}{7}=2$.

تطبيق:

Δ مستقيم مدرّج بالمعيّن (O,I)،

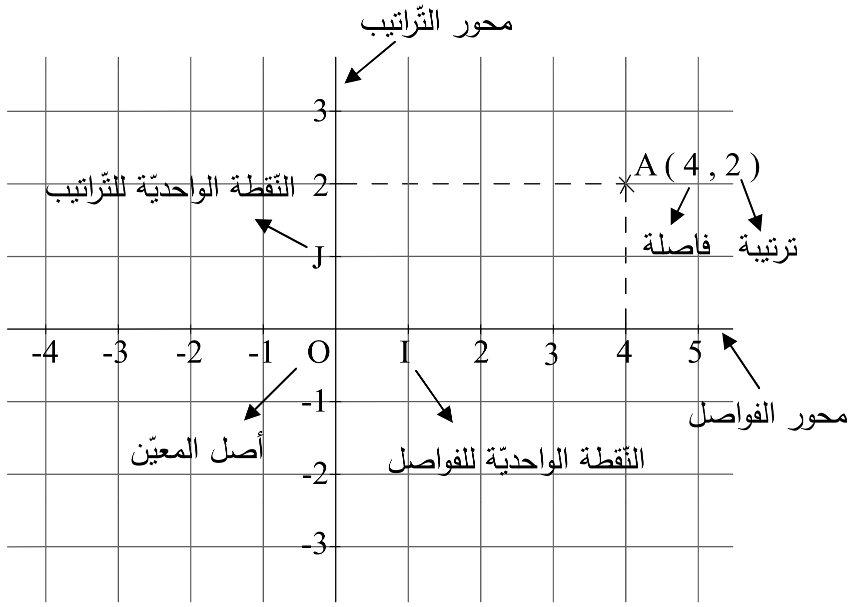
$A(2)$ و $B(5)$.

1) جد x_C فاصلة C بحيث B منتصف $[AC]$.

2) جد x_D فاصلة D بحيث A منتصف $[BD]$.

2 التّناظر في المعيّن المتعامد

تقديم:



نسمّي هذا المعيّن (O,I,J) بحيث OI هي وحدة محور الفواصل و OJ وحدة محور التّراتيب.

ملاحظات: إذا كان (O,I,J) معيّن متعامد في المستوي فإنّ:

- كلّ نقطة A من المستوي لها إحداثيّتان هما x_A هي فاصلة A و y_A هي ترتيبة A و نكتب: $A(x_A,y_A)$.
- كلّ نقطة فاصلتها 0 هي نقطة من محور التّراتيب.
- كلّ نقطة ترتيبتها 0 هي نقطة من محور الفواصل.

تطبيق:

(O,I,J) معيّن متعامد بحيث $OI = OJ$.

عيّن النّقاط التّالية: $A(3,4)$ ، $B(5,-2)$ ، $C(-4,-1)$ و $D(2,-3)$.

<u>تمرين منزلي:</u>

(O,I,J) معيّن متعامد بحيث $OI = OJ = 1cm$.

$A(4,0)$ ، $B(-3,0)$ و $C(0,2)$.

1) جد AB و JC.
2) جد y_M إحداثيّات M من $[OJ)$ بحيث $CM = AB$.
3) جد x_D إحداثيّات D مناظرة B بالنّسبة إلى A.

4 —

نشاط: أكمل بما يناسب:

(O,I,J) معيّن متعامد بحيث $OI = OJ$،

$A(7,5)$ و $B(7,-5)$ هما متناظرتان بالنّسبة إلى ....

$C(4,9)$ و $D(-4,9)$ هما متناظرتان بالنّسبة إلى ....

$E(2,8)$ و $F(-2,-8)$ هما متناظرتان بالنّسبة إلى ....

قاعدة: إذا كان (O,I,J) معيّن متعامد في المستوي، $A(x_A, y_A)$ نقطة من المستوي،

فإنّ: مناظرتها بالنّسبة إلى (OI) هي $B(x_A,-y_A)$ ،

مناظرتها بالنّسبة إلى (OJ) هي $C(-x_A, y_A)$ ،

و مناظرتها بالنّسبة إلى O هي $D(-x_A,-y_A)$.

تطبيق:

(O,I,J) معيّن متعامد بحيث $OI = OJ$،

$A(4,3)$ و $B(4,-3)$.

1) أ- بيّن أنّ $(AB)\perp(OI)$.

ب- استنتج أنّ $(AB)//(OJ)$.

2) $C(-4,-3)$ ، بيّن أنّ O منتصف $[AC]$.

✐ **تعريف التّناظر المحوري:** A و B متناظرتان بالنّسبة إلى Δ يعني Δ هو الموسّط العمودي لـ$[AB]$.

✐ **تعريف التّناظر المركزي:** A و B متناظرتان بالنّسبة إلى O يعني O هي منتصف $[AB]$.

<u>تمرين منزلي:</u>

(O,I,J) معيّن متعامد بحيث $OI = OJ$،

$A(-1,2)$ ، $B(3,1)$ و $D(-3,-1)$.

1) أ- بيّن أنّ O منتصف $[BD]$.

ب- $C(1,-2)$ ، بيّن أنّ $ABCD$ متوازي أضلاع.

2) E مناظرة A بالنّسبة إلى (OJ)، بيّن أنّ OEC مثلّث متقايس الضّلعين.

5 —

4 إحداثيّات منتصف قطعة مستقيم

نشاط:

(O,I,J) معيّن متعامد بحيث $OI = OJ$،

$A(1,3)$ و $B(5,1)$.

قدّم إحداثيّات M منتصف $[AB]$.

قاعدة: (O,I,J) معيّن متعامد بحيث $OI = OJ$ ،
إذا كانت $A(x_A\,,y_A)$ و $B(x_B\,,y_B)$ في المعيّن
فإنّ: M منتصف $[AB]$ يعني $x_M = \dfrac{x_A + x_B}{2}$ و $y_M = \dfrac{y_A + y_B}{2}$.

تطبيق:
(O,I,J) معيّن متعامد بحيث $OI = OJ$ ،
$A(1,2)$ و $B(3,-4)$.
1) جد إحداثيّات E منتصف $[AB]$.
2) $C(5,1)$ ، $D(-1,-3)$ ، بيّن أنّ E منتصف $[CD]$.
3) استنتج نوع الرّباعي $ACBD$.

تطبيق 2:
(O,I,J) معيّن متعامد بحيث $OI = OJ$.
$A(2,5)$ ، $B(4,1)$.
جد إحداثيّات C مناظرة A بالنّسبة إلى B .

تمرين منزلي: <u>ت1 ص143</u>
(O,I,J) معيّن متعامد بحيث $OI = OJ$.
$A(-1,3)$ ، $B(5,-1)$ و $E(2,1)$.
1) بيّن أنّ E منتصف $[AB]$.
2) $C(6,4)$ ، جد إحداثيات D بحيث $ACBD$ متوازي أضلاع.

3 التّوازي و التّعامد في المعيّن المتعامد

نشاط:
(O,I,J) معيّن متعامد بحيث $OI = OJ$ ،
$A(2,3)$ و $B(2,1)$.
✎ A و B لهما نفس الفاصلة ⟵ المستقيمان (AB) و (OJ) متوازيان.
◂ $C(5,1)$.
✎ A و C لهما نفس التّرتيبة ⟵ المستقيمان (AB) و (OJ) متوازيان.

قاعدة: في معيّن متعامد:
- نقطتان لهما نفس الفاصلة تحدّدان مستقيما موازيا لمحور التّراتيب.
- نقطتان لهما نفس التّرتيبة تحدّدان مستقيما موازيا لمحور الفواصل.

تطبيق:

(O,I,J) معيّن متعامد بحيث $OI = OJ$ ،

$A(-4,2)$ و $B(-4,-1)$.

1) أ- بيّن أنّ $(AB)//(OJ)$.

ب- استنتج أنّ $(AB)\perp(OI)$.

2) $C(2,-1)$ ، بيّن أنّ $(AB)\perp(BC)$.

تمرين منزلي:

(O,I,J) معيّن متعامد بحيث $OI = OJ$ ،

$A(3,4)$ ، $B(0,4)$ و $C(3,-2)$.

1) أ- بيّن أنّ OAB مثلّث قائم الزّاوية.

2) أ- جد AB .

ب- استنتج S_{OAB} .

نشاط:

(O,I,J)معيّن متعامد بحيث $OI = OJ$ ،

$A(3,2)$ ،

ارسم Δ مستقيم مارّ من A و موازي لـ(OI).

✎ نلاحظ أنّ كلّ نقطة من المستقيم Δ ترتيبتها 2.

نستنتج أنّ المستقيم Δ هو مجموعة النّقاط $M(x,y)$ بحيث $y=2$.

- يرسم التّلميذ Δ' مستقيم مارّ من A و موازي لـ(OJ).

✎ نلاحظ أنّ كلّ نقطة من المستقيم Δ' فاصلتها 3.

نستنتج أنّ المستقيم Δ' هو مجموعة النّقاط $M(x,y)$ بحيث $x=3$.

قاعدة: في معيّن متعامد:

- إذا كان مستقيم موازي لمحور الفاصلات فإنّ كلّ نقطة من نقاطه لها نفس التّرتيبة.
- إذا كان مستقيم موازي لمحور التّراتيب فإنّ كلّ نقطة من نقاطه لها نفس الفاصلة.

ملاحظة: إذا كان (O,I,J) معيّن متعامد فإنّ:

- (OI) هو مجموعة النّقاط $M(x,y)$ بحيث $y=0$.
- (OJ) هو مجموعة النّقاط $M(x,y)$ بحيث $x=0$.

تطبيق:

(O,I,J) معيّن متعامد بحيث $OI = OJ$ ،

$A(-2,-1)$ و $B(-2,3)$.

(AB) يقطع (OI) في C .

1) حدّد مع التّعليل إحداثيّات C .

2) أ- حدّد E مجموعة النّقاط $M(x,y)$ بحيث $x=-2$.

ب- حدّد F مجموعة النّقاط $N(x,y)$ بحيث $x=-2$ و $-1 \le y \le 3$.

تمرين منزلي:

(O,I,J) معيّن متعامد بحيث $OI = OJ$ ،

$A(-3,4)$ ،

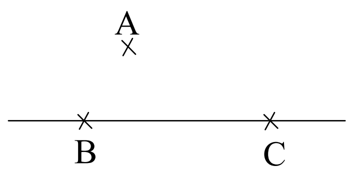
H المسقط العمودي لـ A على (OJ).

1) حدّد مع التّعليل إحداثيّات H .

2) جد E مجموعة النّقاط $M(x,y)$ بحيث $y=4$ و $x \ge 0$.

5 المعيّن العامّ

نشاط:

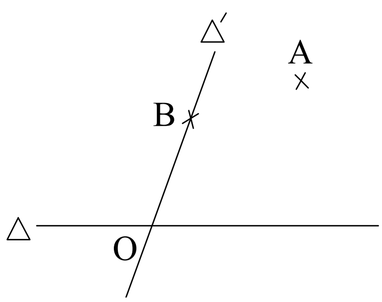


ابن المستقيم Δ المارّ من A و الموازي لـ (BC).

✎ المستقيمان Δ و (BC) لهما نفس المنحى.

تعريف: مستقيمان لهما نفس المنحى هما مستقيمان متوازيان.

نشاط:



1) ابن D المارّ من A و الموازي لـ (OB).

2) عيّن H نقطة تقاطع D و Δ .

✎ نسمّي H مسقط A على Δ وفق منحى Δ' .

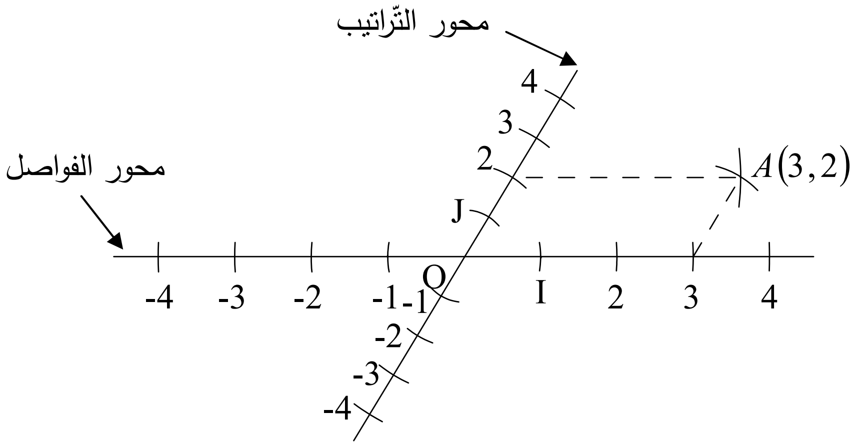
تعريف: إذا كان Δ و Δ' مستقيمان متقاطعان و A نقطة من المستوي فإنّ:
H مسقط A على Δ وفق منحى Δ' يعني H تنتمي إلى Δ و Δ' موازي لـ (AH).

تطبيق:
$ABCD$ متوازي أضلاع.
1) حدّد مسقط B على (CD) وفق منحى (AD).
2) ابن E مسقط B على (CD) وفق منحى (AC).
3) حدّد مجموعة النّقاط $M(x,y)$ التّي مسقطها E على (DC) وفق منحى (AC).

<u>تمرين منزلي:</u>
$ABCD$ مستطيل.
1) ابن E مسقط C على (AB) وفق منحى (BD).
2) بيّن أنّ $EBDC$ متوازي أضلاع.
3) استنتج أنّ B منتصف $[AE]$.

*** تقديم المعيّن العامّ:**

تقديم: ثلاث نقاط ليست على إستقامة واحدة تحدّد معيّنا عامّا في المستوي.



(O,I,J) معيّن عامّ بحيث:
O هي أصل المعيّن، I هي النّقطة الواحديّة للفواصل و J هي النّقطة الواحديّة للتّراتيب.

ملاحظة: إذا كان (O,I,J) معيّن عامّ،
فكلّ نقطة M من المستوي لها إحداثيّات هي (x_M, y_M)
بحيث x_M هي فاصلة M و y_M هي ترتيبة M.

تطبيق:

$ABCD$ مستطيل،

ليكن المعيّن (D,C,A).

1) قدّم إحداثيّات B ، C، A و D.

2) I منتصف $[BC]$، قدّم إحداثيّات I.

ملاحظات: في المعيّن العامّ:

- نقطتان لهما نفس الفاصلة تحدّدان مستقيما موازيا لمحور التّراتيب.
- نقطتان لهما نفس التّرتيبة تحدّدان مستقيما موازيا لمحور الفواصل.
- إذا كان مستقيم موازي لمحور الفواصل فإنّ كلّ نقاطه لها نفس التّرتيبة.
- إذا كان مستقيم موازي لمحور التّراتيب فإنّ كلّ نقاطه لها نفس الفاصلة.
- إذا كانت $A(x_A , y_A)$ و $B(x_B , y_B)$ في المعيّن

فإنّ: M منتصف $[AB]$ يعني $x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$ و $y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$.

تطبيق:

(O,I,J) معيّن عامّ،

1) أ- عيّن $A(3,4)$ و $B(3,-2)$.

ب-استنتج أنّ $(AB)//(OJ)$.

2) (AB) يقطع (OI) في C، جد مع التّعليل إحداثيّات C.

3) حدّد E مجموعة النّقاط $M(x,y)$ بحيث: $x = 3$ و $-2 \le y \le 4$.

تطبيق 2:

(O,I,J) معيّن عامّ،

$A(5,2)$ و $C(-1,0)$.

1) جد إحداثيّات E منتصف $[AC]$.

2) $B(0,4)$، جد إحداثيّات D بحيث $ABCD$ متوازي أضلاع.

الدّرس 2: طالس

— 1

الأستاذ : مكرم الطّرابلسي / إنتاج 2021

1 تقديم

نشاط:

- يرسم التّلميذ على ورقة مستقلّة:

ABC مثلّث بحيث $BC = 3\,cm$ ، $AB = 1{,}5\,cm$ و $AC = 2{,}5\,cm$ ،

EFG مثلّث بحيث $FG = 6\,cm$ ، $EF = 3\,cm$ و $EG = 5\,cm$.

- يقصّ التّلميذ المثلّثين ثمّ يقارن بين زوايا المثلّثين.

✎ نلاحظ أنّ زوايا المثلّثين متقايسة مثنى مثنى.

تعريف: مثلّثان متشابهان هما مثلّثان زواياهما متقايسة مثنى مثنى.

- قارن بين: $\frac{EF}{AB}$ ، $\frac{EG}{AC}$ و $\frac{FG}{BC}$.

✎ $\frac{EF}{AB} = \frac{EG}{AC} = \frac{FG}{BC}$

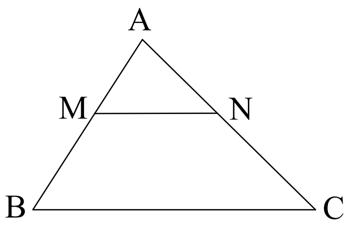
إذن أبعاد المثلّثين EFG و ABC متناسبة مثنى مثنى.

خاصيّة: إذا كان مثلّثان متشابهان فإنّ أبعادهما متناسبة مثنى مثنى.

2 طالس في المثلّث

نشاط:

ليكن الرّسم التّالي بحيث: $(MN)//(BC)$.



✎ $A\hat{M}N = A\hat{B}C$ (لأنّهما زاويتين متماثلتين ناتجتان عن $(MN)//(BC)$ و قاطع لهما (AB))

و $A\hat{N}M = A\hat{C}B$ (لأنّهما زاويتين متماثلتين ناتجتان عن $(MN)//(BC)$ و قاطع لهما (AC))

و $M\hat{A}N = B\hat{A}C$ (زاوية مشتركة)

إذن AMN و ABC هما مثلّثان متشابهان

نستنتج أنّ $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

قاعدة طالس في المثلّث:

إذا كان ABC مثلّث،

M من $[AB]$ و N من $[AC]$ بحيث $(MN)//(BC)$،

فإنّ: $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$.

تطبيق: ت1 ص150

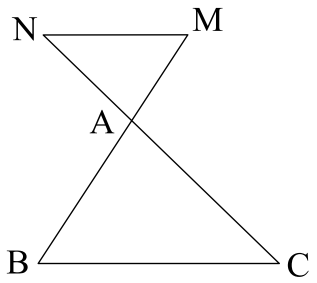
☟ يبدأ التّلميذ رسم المثلّث برسم الضّلع الأكبر.

<u>تمرين منزلي:</u> ت2 ص150

— **2** —

نشاط:

ليكن هذا الرّسم بحيث: $(MN)//(BC)$.



☟ يعيّن التّلميذ النّقطة M لا تنتمي إلى $[AB]$ و (AB). ثمّ يبني المستقيم الموازي لـ(BC) و المارّ من M.

✎ لدينا $M\hat{A}N = B\hat{A}C$ (زاوية مشتركة)

و $A\hat{M}N = A\hat{B}C$ (لأنّهما زاويتين متبادلتين داخليّا ناتجتين عن $(MN)//(BC)$ و قاطع لهما (AB))

و $A\hat{N}M = A\hat{C}B$ (لأنّهما زاويتين متبادلتين داخليّا ناتجتين عن $(MN)//(BC)$ و قاطع لهما (AC))

إذن AMN و ABC هما مثلّثان متشابهان نستنتج أنّ $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$.

قاعدة طالس العامّة في المثلّث:

إذا كان ABC مثلّث،

M من (AB) و N من (AC) بحيث $(MN)//(BC)$،

فإنّ: $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$.

تطبيق: ت3 ص150

<u>تمرين منزلي:</u>

ABC مثلّث بحيث $BC=5\,cm$ ، $AB=3\,cm$ و $AC=4{,}5\,cm$ ،

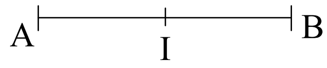
E من $[BC)$ بحيث $BE=7\,cm$ ،

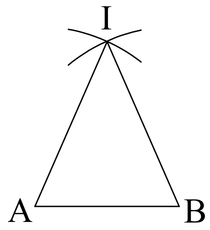
المستقيم المارّ من E الموازي لـ(AB) يقطع (AC) في F.

جد CF و EF.

3 طالس و المنتصفات

نشاط:

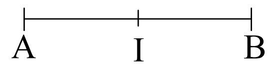


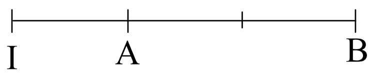


☝ يحدّد التّلميذ تعريف منتصف قطعة مستقيم من خلال هذين الرّسمين.

تعريف: I منتصف $[AB]$ يعني $IA=IB$ و النّقاط A ، I و B على إستقامة واحدة.

نشاط:

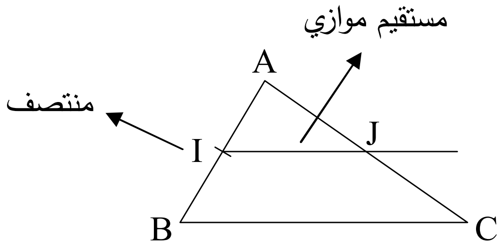




☝ يحدّد التّلميذ تعريف آخر لمنتصف قطعة مستقيم من خلال هذين الرّسمين.

تعريف 2: I منتصف $[AB]$ يعني $AI=\frac{1}{2}AB$ و النّقطة I تنتمي إلى $[AB]$.

نشاط:



✐ لدينا I منتصف $[AB]$

إذن $AI=\frac{1}{2}AB$ نستنتج أنّ $\boxed{\frac{AI}{AB}=\frac{1}{2}}$.

✐ في المثلّث ABC :

لدينا I من $[AB]$ و J من $[AC]$ بحيث $(IJ)//(BC)$

إذن $\frac{1}{2}=\frac{AI}{AB}=\frac{AJ}{AC}$.

✐ نستنتج أنّ $AJ=\frac{1}{2}AC$

و بما أنّ النّقطة J تنتمي إلى $[AC]$ فإنّ $\boxed{J \text{ منتصف } [AC]}$.

قاعدة: في مثلّث المستقيم المارّ من منتصف أحد أضلاعه و الموازي لضلع آخر يقطع الضّلع الثّالث في منتصفه.

تطبيق:

ABC مثلّث عامّ،

E مناظرة A بالنّسبة إلى B ،

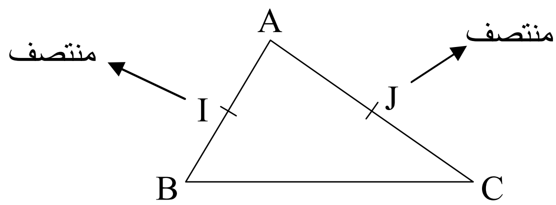
الموازي لـ(BC) و المارّ من E يقطع(AC) في F .

بيّن أنّ C منتصف $[AF]$.

تمرين منزلي: ت13 ص164

4 —

نشاط:



✎ نلاحظ أنّ $\boxed{(IJ)//(BC)}$.

✎ I منتصف $[AB]$ إذن $AI=\frac{1}{2}AB$ نستنتج أنّ $\frac{AI}{AB}=\frac{1}{2}$

حسب طالس في المثلّث ABC : $\frac{AI}{AB}=\frac{IJ}{BC}$

إذن $\frac{1}{2}=\frac{IJ}{BC}$ نستنتج أنّ $\boxed{IJ=\frac{1}{2}BC}$.

قاعدة: إذا كان ABC مثلّث،

I منتصف $[AB]$، و J منتصف $[AC]$،

فإنّ $(IJ)//(BC)$ و $IJ=\frac{1}{2}BC$.

تطبيق:

ABC مثلّث بحيث $BC=4cm$ ،

E مناظرة A بالنّسبة إلى B ،

و F مناظرة A بالنّسبة إلى C .

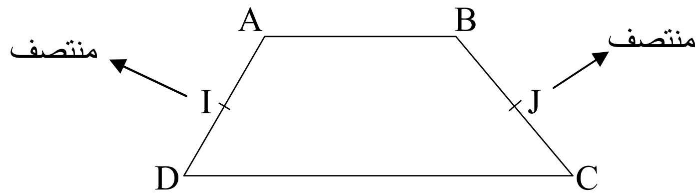
1) بيّن أنّ $(EF)//(BC)$.

2) جد EF .

تمرين منزلي: ت ص151

نشاط:

$ABCD$ شبه منحرف قاعدتاه $[AB]$ و $[CD]$.



1) ابن M منتصف $[AC]$.
2) بيّن أنّ $(IM)//(DC)$ و $(MJ)//(AB)$.
3) استنتج أنّ النّقاط I، M و J على إستقامة واحدة.

نستنتج أنّ $\boxed{(IJ)//(AB)//(CD)}$.

$IJ = IM + MJ = \frac{1}{2}DC + \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}(AB + DC)$.

إذن $\boxed{IJ = \frac{AB + DC}{2}}$

قاعدة: إذا كان $ABCD$ شبه منحرف قاعدتاه $[AB]$ و $[CD]$،

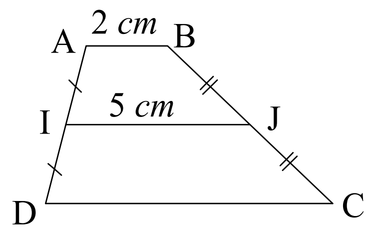
I منتصف $[AD]$ و J منتصف $[BC]$،

فإنّ: $(IJ)//(AB)//(CD)$ و $IJ = \frac{1}{2}(AB + DC)$.

تطبيق: ت ص152

تطبيق 2:

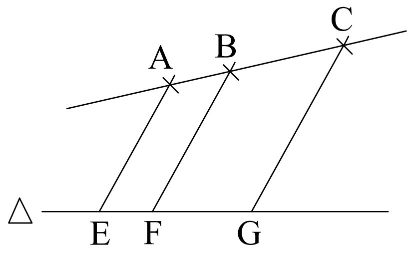
ليكن الرّسم المصاحب بحيث $ABCD$ شبه منحرف قاعدتاه $[AB]$ و $[CD]$.



احسب DC.

4 طالس المساقط

نشاط:



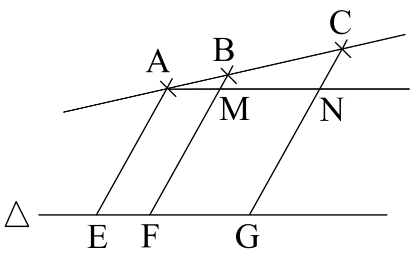
☝ يعرّف التّلميذ النّقطة E ،
ثمّ يبني مسقطي B و C على وفق منحى (AE).

مسقط A على Δ وفق منحى (AE)

مسقط B على Δ وفق منحى (AE)

مسقط C على Δ وفق منحى (AE)

☝ يبني التّلميذ المستقيم المارّ من A و الموازي لـ Δ.



* لدينا $AEFM$ متوازي أضلاع إذن $AM = EF$.

و لدينا $AEGN$ متوازي أضلاع إذن $AN = EG$.

إذن $\boxed{\dfrac{AM}{AN} = \dfrac{EF}{EG}}$.

* في المثلّث ACN : $\boxed{\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{AM}{AN}}$.

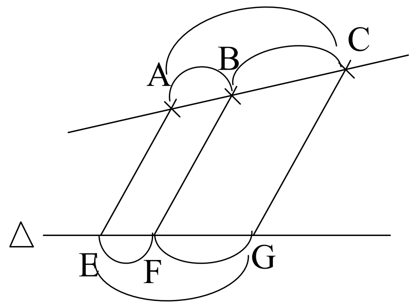
* نستنتج أنّ: $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{EF}{EG}$.

قاعدة: إذا كانت A ، B و C على إستقامة واحدة
و E ، F و G مساقطها على مستقيم آخر وفق نفس المنحى
فإنّ: $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{EF}{EG}$.

ملاحظة: إذا كانت a ، b، c و d أعداد حقيقيّة فإنّ:

- $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$ يعني $\dfrac{a}{c} = \dfrac{b}{d}$.
- $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$ يعني $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d} = \dfrac{a+c}{b+d} = \dfrac{a-c}{b-d}$.

نشاط: **البحث عن صيغة جديدة**



$$\frac{AB}{EF}=\frac{AC}{EG}=\frac{AC-AB}{EG-EF}=\frac{BC}{FG}$$ يعني $$\frac{AB}{EF}=\frac{AC}{EG}$$ يعني $$\frac{AB}{AC}=\frac{EF}{EG}$$

قاعدة 2: إذا كانت A ، B و C على إستقامة واحدة

و E ، F و G مساقطها على مستقيم آخر وفق نفس المنحى،

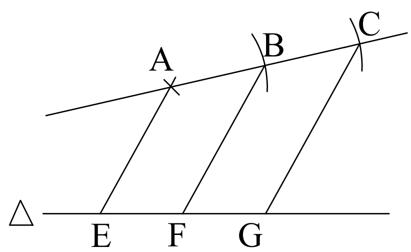
فإنّ: $\frac{AB}{EF}=\frac{BC}{FG}=\frac{AC}{AG}$.

تطبيق: ت ص153

<u>تمرين منزلي:</u> ت19 ص166

7 —

نشاط:



$\boxed{B \text{ منتصف } [AC]}$

✎ لدينا E ، F و G مساقط A ، B و C على Δ وفق منحى (AE)

إذن $\frac{AB}{EF}=\frac{BC}{FG}$

و بما أنّ $AB=BC$ فإنّ $EF=FG$

و بما أنّ النّقاط E ، F و G على إستقامة واحدة فإنّ $\boxed{F \text{ منتصف } [EG]}$

قاعدة: إذا كانت A ، B و C على إستقامة واحدة بحيث B منتصف $[AC]$

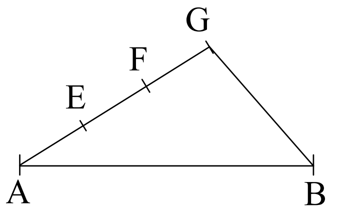
و E ، F و G مساقطها على مستقيم آخر وفق نفس المنحى

فإنّ F منتصف $[EG]$.

5 تجزئة قطعة مستقيم

نشاط:

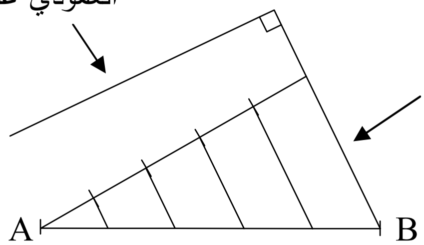
ليكن هذا الرّسم بحيث: $AE = EF = FG$.



1) ابن I و J مسقطي E و F على (AB) وفق منحى (BG) .

2) بيّن أنّ $AI = IJ = JB$.

تطبيق: **تجزئة قطعة مستقيم إلى 5 أجزاء متقايسة**



<u>تمرين منزلي:</u>

$ABCD$ شبه منحرف قائم في A و D بحيث $AB = 6cm$ ، $AD = 3cm$ و $DC = 4cm$ ،

I منتصف $[AD]$،

الموازي لـ(AB) و المارّ من I يقطع(BC) في J .

1) بيّن أنّ J منتصف $[BC]$.

2) استنتج IJ .

تطبيق 2:

$[AB]$ قيس طولها $4cm$.

1) عيّن M من $[AB]$ بحيث $AM = \frac{5}{7}AB$.

2) احسب AM و BM .

تطبيق 3:

$[AB]$ قيس طولها $5cm$.

1) عيّن M من $[AB]$ بحيث $\frac{AM}{4} = \frac{MB}{2}$.

2) استنتج AM و MB .

☝ AM و MB مجهولان: للبحث عن AM يجب البحث عن كسر معلوم مساوي للكسرين المقدّمين.

تطبيق 4:

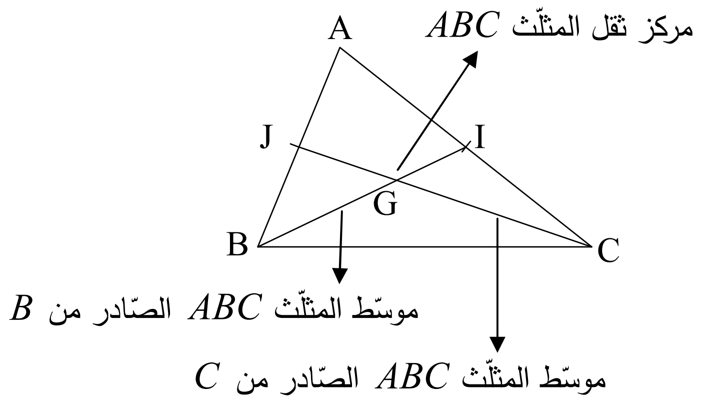
لتكن $[AB]$.

1) عيّن M و N من $[AB]$ بحيث $\frac{AM}{2} = MN = \frac{NB}{3}$.
2) بيّن أنّ N منتصف $[AB]$.

<u>تمرين منزلي:</u>
$[AB]$ قيس طولها $5cm$.
1) عيّن M و N من $[AB]$ بحيث $\frac{AM}{3} = \frac{MN}{4} = NB$.
2) استنتج CM، MN و ND.

6 مركز ثقل مثلّث

نشاط:



✎ * لدينا I منتصف $[AC]$ إذن $[BI]$ موسّط للمثلّث ABC
و لدينا J منتصف $[AB]$ إذن $[CJ]$ موسّط للمثلّث ABC
* $[BI]$ و $[CJ]$ يتقاطعان في G
إذن G هو مركز ثقل المثلّث ABC.

ملاحظات:

- موسّط مثلّث هو قطعة المستقيم الرّابطة بين أحد رؤوسه و منتصف الضّلع المقابل لذلك الرّأس.
- مركز ثقل مثلّث هو نقطة تقاطع موسّطاته.

1) بيّن أنّ $(IJ)//(BC)$ و $\frac{IJ}{BC} = \frac{1}{2}$.
2) استنتج أنّ $\frac{GI}{GB} = \frac{1}{2}$.

✎ * $\frac{GI}{GB} = \frac{1}{2}$ يعني $\frac{GI}{1} = \frac{GB}{2} = \frac{GI + GB}{1+2} = \frac{BI}{3}$.

* $\frac{BI}{3} = \frac{GB}{2}$ يعني $GB = \frac{2}{3} BI$.
* $\frac{BI}{3} = \frac{GI}{1}$ يعني $GI = \frac{1}{3} BI$.

قاعدة: في مثلّث يقع مركز الثّقل عند ثلثي الموسّط إنطلاقا من الرّأس، و يقع عند ثلث الموسّط إنطلاقا من منتصف الضّلع.

تطبيق:

ABC مثلّث بحيث $BC = 6cm$ ، $AB = 3cm$ و $AC = 5cm$ ،
D مناظرة B بالنّسبة إلى A ،
I منتصف $[BC]$،
$[AC]$ و $[DI]$ يتقاطعان في M .

1) بيّن أنّ M مركز ثقل المثلّث BCD .
2) استنتج CM و AM .

<u>تمرين منزلي: ت1 ص158</u>: $AB = 3cm$

ملاحظة: إذا كانت نقطة تقع عند ثلثي موسّط مثلّث إنطلاقا من الرّأس، أو عند ثلث موسّط مثلّث إنطلاقا من منتصف الضّلع، فتلك النّقط هي مركز ثقل ذلك المثلّث.

تطبيق:

ABC مثلّث بحيث $BC = 6cm$ ، $AB = 3cm$ و $AC = 5cm$ ،
M من $[BC]$ بحيث $CM = 4cm$.

1) بيّن أنّ $CM = \frac{2}{3} BC$.
2) E مناظرة A بالنّسبة إلى B ،
بيّن أنّ M مركز ثقل المثلّث AEC .
3) (AM) يقطع $[EC]$ في I ، بيّن أنّ I منتصف $[EC]$.

<u>تمرين منزلي: ت29 ص168</u>: 1 و 2